

文章编号: 1000-8055(2006)06-1080-05

矢量喷管机构强度可靠性分析

郭秩维, 白广忱, 高 阳

(北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100083)

摘 要: 本文将矢量喷管构件的强度考虑为随机变量, 将构件的应力考虑为随机过程, 建立了构件结构功能函数的随机过程模型。通过结构功能函数的极小值变换, 把功能函数的动态可靠性模型转化为功能函数极小值分布的静态可靠性模型。根据构件应力过程的特点, 把构件应力的随机过程简化为 Gumber 平稳二项随机过程, 并给出了当构件强度分布为正态分布, 但分布参数未知时, 构件可靠度的最小方差无偏估计值。

关 键 词: 航空、航天推进系统; 矢量喷管; 平稳二项随机过程; Gumber 分布; 强度可靠性

中图分类号: V231.9

文献标识码: A

An analysis of strength reliability of the Vectoring Exhaust Nozzle Machine

GUO Zhi wei, BAI Guang chen, GAO yang

(School of Jet Propulsion,

Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: A random process model of structural functional function of components attached to vectoring thrust nozzle was employed, in which strength and stress of components were respectively taken as random variable and stochastic process. By minimizing structural functional function, the problem of dynamic reliability on functional function was converted into static problem. Moreover, according to characteristics of stress random process, minimum variance unbiased estimate of structural reliability of components were employed on the condition that stress process was simplified into Gumber stationary binomial random process and strength obeyed normal distribution which parameters were unknown.

Key words: aerospace propulsion system; vectoring thrust nozzle; stationary binomial random process; Gumber distribution; reliability of strength

矢量喷管是实现飞机推力矢量技术的重要组成部分, 其可靠性问题是设计人员尤为关注的问题。从机构可靠性角度来看, 机构的可靠性可以分为: 运动功能的可靠性和强度可靠性。而机构

构件的强度又直接影响着机构运动功能的实现, 很多大型机构的运动功能的失效往往都是由于其组成机构中的某个构件失效而造成的, 因此对矢量喷管机构中的重要构件进行强度可靠性分析,

收稿日期: 2005-12-14; 修订日期: 2006-07-12

基金项目: 航空科学基金资助项目(02C51075)

作者简介: 郭秩维(1981-), 男, 辽宁省沈阳市人, 北京航空航天大学能源与动力工程学院在读博士生, 主要从事航空发动机可靠性研究。

就显得尤为重要^[1]。

1 机构构件强度可靠性模型

1.1 构件的结构功能函数

对于矢量喷管机构而言, 通过控制机构中作动筒的运动规律, 可以实现机构的俯仰、偏航等机构运动形式。而对于不同的运动形式, 机构中不同构件所承受的应力水平以及应力的变化规律是不一样的。为了分析方便, 本文选取机构作俯仰运动这一典型运动状态, 选择机构中的重要构件拉杆为研究对象, 并有如下假设: (1) 机构在这一运动状态下连续工作 $T=360\,000\text{ s}$; (2) 不考虑构件的疲劳破坏, 认为: 若构件危险点处所承受的应力大于构件的强度时, 构件即发生失效; (3) 机构的一个完整的俯仰运动可以分为三个阶段, 分别为两个摆动阶段和一个锁定阶段, 不同阶段的机构运动时间, 由试验设计程序决定, 且与锁定阶段时间相比, 两个摆动阶段的时间较少(或认为加载和卸载时间与饱载时间相比, 可忽略), 并假定机构在锁定阶段的时间为 $\tau=360\text{ s}$ 。由动态应力的确定性分析可知^[2]: 拉杆危险点处应力有如图1所示的变化规律, 即在锁定阶段应力达到最大, 且保持恒定。当将拉杆危险点处应力变化 $S(t)$ 考虑为随机过程, 拉杆强度考虑为随机变量时, 拉杆的结构功能函数 $Z(t)$ 为:

$$Z(t) = R - S(t), t \in [0, T] \tag{1}$$

即拉杆的结构功能函数也是一个随机过程。从拉杆强度角度考虑, 拉杆结构失效发生在拉杆危险点处承受最大应力的瞬间; 从可靠性模型的角度看, 就是结构功能函数 $Z(t)$ 在时间区间 $[0, T]$ 取最小值, 故存在下面关系成立:

$$Z_{\min} = R - S_{\max} \tag{2}$$

其中 $Z_{\min} = \min_{t \in [0, T]} [Z(t)]$, $S_{\max} = \max_{t \in [0, T]} [S(t)]$ 。公式(2)的意义在于: 通过上面将拉杆结构功能函数的极小值变换, 将其动态可靠性模型转换成了静态可靠性模型, 于是拉杆可靠性模型分析的重点落在了寻求应力随机过程在时间区间 $[0, T]$ 的最大值的概率分布和统计参数上。

1.2 应力的 Gumber- 平稳二项随机过程模型

由于拉杆在两个摆动阶段危险点处的应力均小于工作中的最大应力, 并由上面的假设(3), 可以近似认为: $\tau \approx \tau'$; 其中 τ' 为矢量喷管机构完成一个俯仰运动所用的时间。则拉杆应力随机过程, 可简化为图2所示。

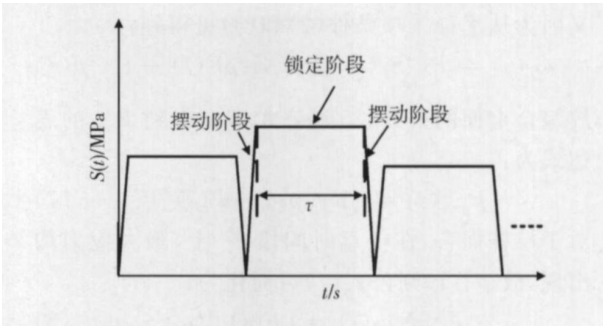


图1 应力随机过程的一个样本
Fig.1 A sample of stress stochastic process

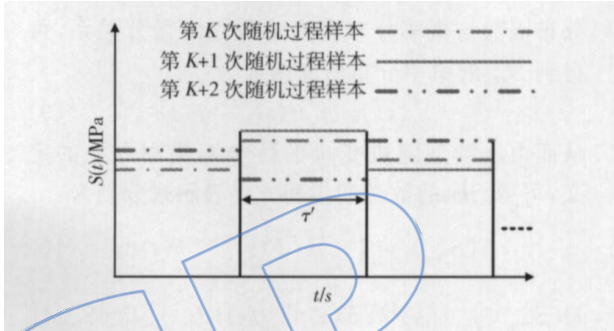


图2 应力平稳二项随机过程样本
Fig.2 Samples of stress stationary binomial random process

对于图2所示的应力的随机过程 $\{S(t), t \in [0, T]\}$, 可以用平稳二项随机过程来描述, 其基本假定为^[3]:

- (1) 将时间域 T 可以分为 k 个相等时段, 每一时段长度为: $\tau_i = \frac{T}{k}$;
- (2) 对任意时刻 $t \in \tau_i$, 应力在该时段上出现的概率为 p ;
- (3) 在每一时段 τ_i 上, 应力出现均为非负的截口随机变量 S_{κ} , 且在不同的时间段上独立且具有相同的分布函数 $F(s)$ (也称截口随机变量分布函数)。

设 $S(t)$ 在时间区间 $[0, T]$ 内的最大值的概率分布函数为 $F_{\max}(s)$, 则由概率分布函数定义可以得到:

$$F_{\max}(s) = P\{S_{\max} < s\} = P\{\max[S(t)] < s\} \tag{3}$$

假设事件 $A_i = \{S_{\tau_i}(t) < s\}$, $G_i(s) = P\{A_i\}$ 又由事件的等价性, 公式(3)等式右端可写成:

$$P\{\max[S(t)] < s\} = P\{A_1, A_2, \dots, A_k\} \tag{4}$$

又根据平稳二项过程的条件(1)和(3), 则公式(4)可改写为:

$$P\{\max[S(t)] < s\} = G_1(s) \times \dots \times G_k(s) \tag{5}$$

又因为从平稳二项条件(2)和(3)可得到:

$$G_i(s) = P(\sum_{t \in \tau_i} S_i(t) < s) = pF(s) + 1 - p(6)$$

故综合上面的公式(3)到公式(6),得到 $F_{\max}$ 的表达式为:

$$F_{\max}(s) = \{1 - p[1 - F(s)]\}^k \quad (7)$$

对于拉杆而言,在任意时间段 τ_i 上,最大应力均出现,故 $p = 1$,则公式(7)可简化为:

$$F_{\max}(s) = [F(s)]^k \quad (8)$$

当截面随机变量为连续型随机变量,其概率分布密度函数为 $f(s)$ 。由连续型随机变量概率分布函数与概率分布密度函数之间微分关系,可得到 $S_{\max}$ 的概率分布密度函数为:

$$f_{\max}(s) = k[F(s)]^{k-1}f(s) \quad (9)$$

从而由连续型随机变量的数学期望和方差的定义,可得 $S_{\max}$ 的数学期望和方差表示式分别为:

$$E(S_{\max}) = \int_{-\infty}^{\infty} sk[F(s)]^{k-1}f(s)ds \quad (10)$$

$$D(S_{\max}) = \int_{-\infty}^{\infty} s^2 k[F(s)]^{k-1}f(s)ds - [E^2(S_{\max})] \quad (11)$$

当截面随机变量 S_{JK} 服从 Gumber 分布时,公式(8)可写为:

$$F_{\max}(s) = [e^{-e^{-\alpha(s-\beta)}}]^k \quad (12)$$

其中公式(12)中 α 和 β 叫 Gumber 分布参数。公式(10)和(11)可写为:

$$E(S_{\max}) = \beta + \frac{\ln k}{\alpha} + \frac{\gamma}{\alpha} \quad (13)$$

$$D(S_{\max}) = \frac{\pi^2}{6\alpha^2} \quad (14)$$

其中公式(13)中的 $\gamma \approx 0.5772$ 为 Euler 常数。并由互相独立的同分布的随机变量的最大值的概率分布函数,可证明: $S_{\max}$ 也服从 Gumber 分布。

当 $S_{\max}$ 服从 Gumber 分布时,可使用同分位值当量正态化方法,将 $S_{\max}$ 转化为当量正态随机变量 S ,并可推出^[4,5]:

$$\mu_s = \beta + \frac{\ln k}{\alpha} + \frac{\gamma}{\alpha} \quad (15)$$

$$\sigma_s^2 = \left[\frac{-\ln(-\frac{\ln p^d}{1-p^d}) - \gamma}{\alpha \Phi^{-1}(p^d)} \right]^2 \quad (16)$$

其中 p^d 为目标可靠度, μ_s 和 σ_s 为正态变量 S 的均值和标准方差。

1.3 构件的可靠度最小方差无偏估计

当强度随机变量 R 服从正态分布,其均值和标准方差为 μ_r 和 σ_r ,应力为平稳二项随机过程,其在时间区间 $[0, T]$ 内的最大值的当量正态变量 S 的均值和标准方差为 μ_s 和 σ_s ,则构件拉杆在时

间区间 $[0, T]$ 的结构可靠度为:

$$p_{\text{shaft}} = p(Z_{\min} > 0) = \Phi\left(\frac{\mu_r - \mu_s}{\sqrt{\sigma_r^2 + \sigma_s^2}}\right) \quad (17)$$

而对于金属材料而言,只能得到拉伸强度或屈服强度样本的均值和样本的方差,其总体的均值和方差未知,故需要对 p_{shaft} 进行估计。文献[5]给出了当已知应力均值和方差,未知强度均值和方差时,可靠度的最小方差无偏估计为:

$$\hat{p}_{\text{shaft}} \int_{-1}^1 \frac{1}{\alpha} \Phi(x) G(n) \Omega(x, n) dx \quad (18)$$

其中公式(18)中:

$$\Phi(x) = \Phi\left[\bar{X} + \frac{(n-1)}{\sqrt{n}} S_x \left(\frac{x - \mu_s}{\sigma_s}\right)\right]$$

$$G(n) = \frac{\Gamma(\frac{n-1}{2})}{\sqrt{\pi} \Gamma(\frac{n-2}{2})}$$

$$\Omega(x, n) = \left(1 - \left(\frac{x - \mu_s}{\sigma_s}\right)^2\right)^{\frac{n-4}{2}}$$

$\Gamma(n)$ 为 Gamma 函数; $\bar{X}$ 为强度的样本均值; S_x 为强度的样本标准差; n 为样本容量。

由于用公式(18)计算可靠度的最小方差无偏估计比较复杂,Downton 于 1973 年给出了当应力服从标准正态分布时, $\hat{p}_{\text{shaft}}$ 的近似值为^[6]:

$$\hat{p}_{\text{shaft}} \approx \Phi\left(\frac{\bar{X}}{\sqrt{1 + C_n S_x^2}}\right) \quad (19)$$

其中 C_n 为 Downton 常数,其与样本容量有关。当 S 的均值和标准方差为 μ_s 和 σ_s 时,公式(19)可写为:

$$\hat{p}_{\text{shaft}} \approx \Phi\left(\frac{\bar{X} - \mu_s}{\sqrt{C_n S_x^2 + \sigma_s^2}}\right) \quad (20)$$

2 构件可靠度计算

由上面的分析可知,对于采用应力平稳二项随机过程模型很重要的的是得到截面随机变量 S_{JK} 的概率分布和统计参数,而它们可以通过有限元软件中提供的概率分析模块分析得到,其分析流程如图 3 所示。

构件拉杆的有限元模型(如图 4 所示)采用 SOLID45 实体单元,使用扫掠网格划分方法建立,整个模型共有 2471 个单元。在拉杆的应力分析时,其 1、2 两处的六个自由度被约束;而对于 3 处其 Z 向位移及沿三个轴的转动被约束, X 向与 Y 方向有外载荷作用。在考虑了外载荷的随机性,采用概率分析模块中的响应面方法,得到截面随机变量的统计直方图,如图 5 所示。其样本均

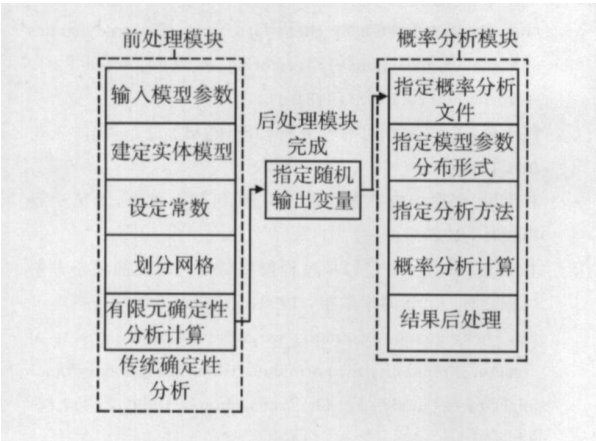


图 3 概率分析数值计算流程

Fig.3 Flow chart of numerical computation on probability analysis

值和标准方差为: $E(S_{JK})=360.3\text{MPa}$, $\sqrt{D(S_{JK})}=94.75\text{MPa}$ 。

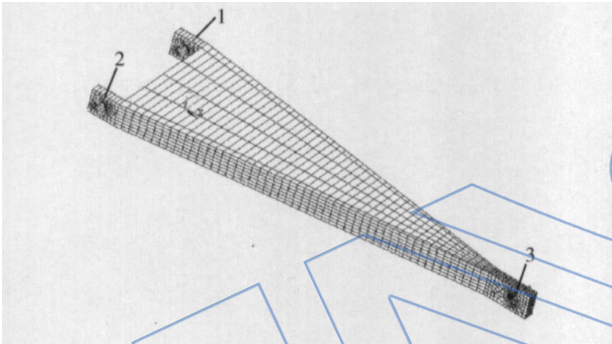


图 4 拉杆有限元模型

Fig.4 Finite element model of a shaft

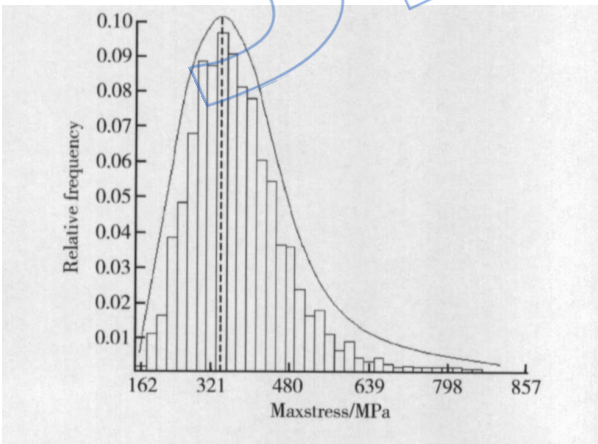


图 5 截面随机变量的抽样统计直方图

Fig.5 Statistical histogram of kerfs random variables

根据得到的截面分布的统计参数,并由 Gumber 分布的均值和方差与其分布参数 α 和 β 的关系(利用公式 13 和 14,此时 $k=1$)得到分布

参数的估计量 $\hat{\alpha}=0.0135$, $\hat{\beta}=317.5$, 于是设立分布假设 $H_0: F(s)=e^{-e^{-0.0135(s-317.5)}}$, 经 W_N^2 检验方法,接受原假设,认为截面随机变量服从 Gumber 分布。并由公式(13)和公式(14)得到,随机变量的均值和方差为:

$$E(S_{\max})=\beta+\frac{\ln k}{\alpha}+\frac{\gamma}{\alpha}=317.5+$$

$$\frac{\ln 1000}{0.0135}+\frac{0.5772}{0.0135}=871.9\text{MPa}$$

$$D(S_{\max})=D(S_K)=(94.75\text{MPa})^2$$

若拉杆的设计可靠度 $P_d=0.999$,由公式(15)和公式(16)得到 $S_{\max}$ 当量正态化后的均值和方差为:

$$\mu=E(S_{\max})=871.9\text{MPa},$$

$$\sigma_s^2=\left[\frac{-\ln(-\ln p_d)-\gamma}{\alpha\Phi^{-1}(p_d)}\right]^2=$$

$$\left[\frac{-\ln(-\ln 0.999)-0.5772}{0.0135\Phi^{-1}(0.999)}\right]^2=(150.3\text{MPa})^2$$

根据公式(20),已知拉杆强度的样本均值、样本标准差以及样本容量分别为:

$$\bar{X}=1104\text{MPa}, S_x=21.7\text{MPa}, n=30$$

则拉杆在时间区间 $[0, T]$ 的可靠度的最小无偏估计为:

$$\hat{p}_{\text{shaft}}\approx$$

$$\Phi\left(\frac{1104-871.9}{\sqrt{27.1^2\times 0.9719+150.3^2}}\right)=0.93574$$

若将拉杆强度的样本均值和样本方差作为总体的均值和方差,由公式(17),得到 p_{shaft} 一致估计为:

$$\hat{p}'_{\text{shaft}}\approx\Phi\left(\frac{1104-871.9}{\sqrt{27.1^2+150.3^2}}\right)=0.93574$$

3 结 论

通过上面对矢量喷管重要构件拉杆的强度可靠性分析,可以得到如下结论:

(1) 当构件的强度为随机变量,所承受的应力为随机过程时,构件的结构功能函数仍然为随机过程,通过寻求应力过程中应力最大值的分布,可以将功能函数的动态可靠性模型转化为功能函数极小值分布的静态可靠性模型,方便了分析。

(2) 当构件的应力随机过程的样本函数可模型化为等时段的矩形波函数时,可以采用平稳二项随机过程模型;它比只将应力和强度考虑为随机变量的可靠性模型更符合实际情况。

(3) 强度服从正态分布、样本均值和方差作

为总体的均值和方差的估计时,得到的构件的可靠度的一致估计值与以强度的样本均值和方差作为构件强度总体的充分完备统计量时,得到的可靠度的最小方差无偏估计值基本一致。

参考文献:

[1] 刘大响,程荣辉.世界航空动力技术的现状及发展动向[J].北京航空航天大学学报,2002,28(5):490-496.
Liu Da xiang, Cheng Rong hui. Current status and development direction of aircraft power technology in the world [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2002,28(5): 490-496.

[2] 郭秩维,白广忱,高阳.轴对称矢量喷管机构弹性动力学分析[J].航空发动机,2006,32(1):31-34.
Guo Zhi wei, Bai Guang chen, Gao Yang. Electrodynamics analysis of axisymmetirc vectoring exhaust nozzle [J]. Aeroengine, 2006,32(1):31-34.

[3] 何水清,王善.结构可靠性分析与设计[M].北京:国防工业出版社,1993.

[4] 林忠民.工程结构可靠性设计与估计[M].北京:人民交通出版社,1990.

[5] 林升光.正态-平稳二项过程模型结构可靠度的最小方差无偏估计[J].运筹学学报,1999,3(3):85-92.
Lin Sheng guang. Minimum variance unbiased estimate of structural reliability for normal distribution stationary binomial process model[J]. Or Transactions, 1999, 3(3): 85-92.

[6] Downton F. The estimation of $P(Y < X)$ in the normal case [J]. Technometric, 1977, 15(3):551-559.

